Реакция перезарядки $nd \to p(nn)$ под 0° в представлении $np \to np$ рассеяния на 180°

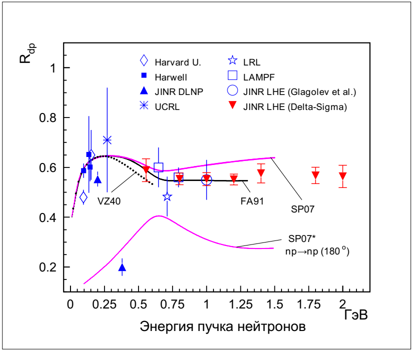
Роман Шиндин

ЛФВЭ ОИЯИ

Сентябрь 17, 2014

Содержание

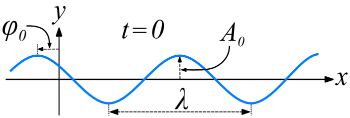
R_{dp}-отношение и роль представления

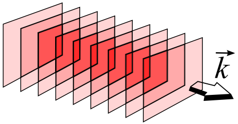


Энергетическая зависимость $R_{dp}(0)$ отношения выходов $nd \to p(nn)$ квази-упругого и $np \to pn$ упругого процессов перезарядки под нулём. Решения фазового анализа VZ40, FA91 и SP07, взятые из базы данных SAID как амплитуды $np \to np(\theta = \pi)$ реакции, переведены с помощью в представление $np \to pn(0)$, и значения $R_{dp}(0)$ рассчитаны по Дину. Кривая SP07* получена подстановкой в ту же формулу Non-Flip и Flip частей реакции $np \to np(\theta = \pi)$, игнорируя разницу представлений.

Плоская волна

Экспонента $e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$ – общий способ описания волн: $\vec{k}$ – волновой вектор направления движения, ω – циклическая частота, с которой изменяется амплитуда, а $\vec{r}$ и t – переменные пространства и времени.





Уравнение $\vec{k}\vec{r} = const$ задаёт поверхность, перпендикулярную вектору $\vec{k}$, что и определяет термин *плоская* волна.

Волновая механика

Уравнение Шрёдингера:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi\,.$$

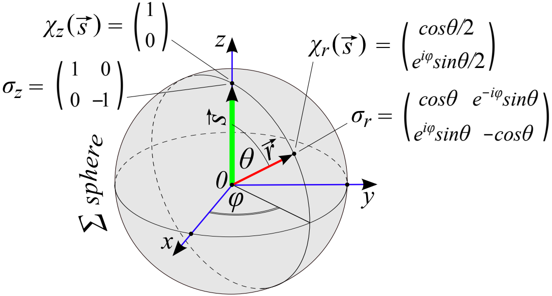
Подходит для частиц без спина на скоростях $<< c$. Для быстрых частиц и частиц со спином служит уравнение Клейна-Гордона, уравнение Дирака и др. Найти ψ – определить состояние в каждой точке пространства и времени. Решение имеет вид:

$$\psi(\vec{r}) = \psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\,Y_{L,L_z}(\theta,\varphi)\,.$$

$R(r)$ – радиальная часть волны, $Y_{L,L_z}(\theta,\varphi)$ — собственные функции оператора углового момента $\widehat{L} = -i\hbar(\vec{r}\times\nabla)$.

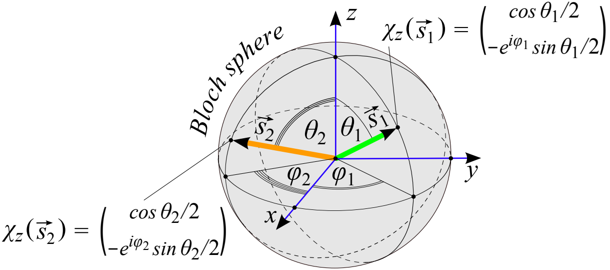
$$\psi(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = \psi_1(\vec{p}_1)\psi_2(\vec{p}_2)\,, \quad \psi(\vec{p}_2,\vec{p}_1) = \psi_1(\vec{p}_2)\psi_2(\vec{p}_1)\,.$$

$$\psi_{12} = e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}\,(\vec{r}_1-\vec{r}_2)}\,, \quad \psi_{21} = e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{p}\,(\vec{r}_1-\vec{r}_2)} = \psi_{12}^*\,.$$



Каждой точке Σ сферы соответствует оператор $\sigma_r = (\widehat{\sigma}, \vec{r})$, имеющий два собственных вектора. Для σ_z это спиноры $\binom{1}{0}$ и $\binom{0}{1}$. Преобразование $\sigma_z \to \sigma_r$ идёт по правилу: $u \sigma_z u^+ = \sigma_r$. Соответственно: $\chi_r(s_z = +\frac{\hbar}{2}) = u\binom{1}{0}$.

Спин $\frac{1}{2}$. Сфера Блоха



Каждому направлению вектора $\vec{s}$ на сфере Блоха соответствует определённое спиновое состояние по z: $\chi_z(\vec{s}) = \cos\frac{\theta}{2}\binom{1}{0} - e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}\binom{0}{1}$.

$$\chi(\vec{s}_1,\vec{s}_2) = \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix}_2 \quad , \qquad \chi(\vec{s}_2,\vec{s}_1) = \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix}_1 \quad ,$$

$$\text{где:} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1\ .$$

Запрет Пуали и симметризация

Два фермиона не могут находиться в одном состоянии, поэтому волновая функция антисимметрична относительно перестановки частиц.

$$\Psi \equiv \Psi(\vec{p}_1, \vec{p}_2; \vec{s}_1, \vec{s}_2) = -\Psi(\vec{p}_2, \vec{p}_1; \vec{s}_2, \vec{s}_1) .$$

Для этого достаточно:

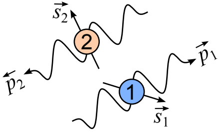
$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} \psi_1(\vec{p}_1, \vec{s}_1) & \psi_1(\vec{p}_2, \vec{s}_2) \\ \psi_2(\vec{p}_1, \vec{s}_1) & \psi_2(\vec{p}_2, \vec{s}_2) \end{vmatrix} .$$

Или:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \psi_{12} - \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_2 \psi_{12}^* \right] . \tag{1}$$

Полная перестановка не меняет конфигурацию

Частица, имеющая спин $\vec{s}_1$, летит по направлению $\vec{p}_1$ в обоих случаях, присвоен ли ей номер 1 или 2. Также связаны между собой $\vec{s}_2$ и $\vec{p}_2$, определяя состояние другого фермиона.



Слева, состояние $\Psi(\vec{p}_1, \vec{s}_1; \vec{p}_2, \vec{s}_2)$, а справа – $\Psi(\vec{p}_2, \vec{s}_2; \vec{p}_1, \vec{s}_1)$.

Стандартная форма волновой функции

Волну (1) можно преобразовать так:

$$\Psi \;=\; \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\alpha\delta-\beta\gamma)\,\chi_0\,\psi_s \;+$$

$$+\,\alpha\gamma\chi_{1,1}\,\psi_a \;+\; \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\alpha\delta+\beta\gamma)\,\chi_{1,0}\,\psi_a \;+\; \beta\delta\,\chi_{1,-1}\,\psi_a\,. \qquad (2)$$

ψ_s и ψ_a – симметричная и антисимметричная пространственные функции:

$$\psi_s = \frac{\psi_{12}+\psi_{12}^*}{\sqrt{2}} \qquad \text{и} \qquad \psi_a = \frac{\psi_{12}-\psi_{12}^*}{\sqrt{2}}\;.$$

Спиновые функции $\chi_{1,1}$, $\chi_{1,0}$ и $\chi_{1,-1}$ выражают состояния со спином $S=1$, а χ_0 – синглетное состояние $S=0$. Они определены так:

$$\chi_{1,+1} = \uparrow_1\uparrow_2\;,$$

$$\chi_0 = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow_1\downarrow_2-\downarrow_1\uparrow_2)\,, \qquad \chi_{1,0} = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow_1\downarrow_2+\downarrow_1\uparrow_2)\,,$$

$$\chi_{1,-1} = \downarrow_1\downarrow_2\;.$$

Каждая из 4-ех частичных волн в стандартной форме (2) перепутывает состояния спинов и импульсов частиц.

Матрица рассеяния

Базис реакции обозначается так:

$$\vec{n} = \frac{\vec{p} \times \vec{p}\,'}{|\vec{p} \times \vec{p}\,'|} \quad , \qquad \vec{m} = \frac{\vec{p} - \vec{p}\,'}{|\vec{p} - \vec{p}\,'|} \quad , \qquad \vec{l} = \frac{\vec{p} + \vec{p}\,'}{|\vec{p} + \vec{p}\,'|} \quad ,$$

Вектор Паули делится на проекции:

$$\sigma_n = (\widehat{\sigma} \cdot \vec{n}) \quad , \qquad \sigma_m = (\widehat{\sigma} \cdot \vec{m}) \quad , \qquad \sigma_l = (\widehat{\sigma} \cdot \vec{l}) \quad .$$

В комплекте с тождественным преобразованием I для двух фермионов строятся 16 операторов, например $\sigma_{1n}\sigma_{2m}$, но только 5 их них удовлетворяют требованиям инвариантности относительно пространственных и временных отражений, а также запрету на переходы между синглетным и триплетным состояниями. Матрица рассеяния в представлении Гольдбергера-Ватсона имеет вид:

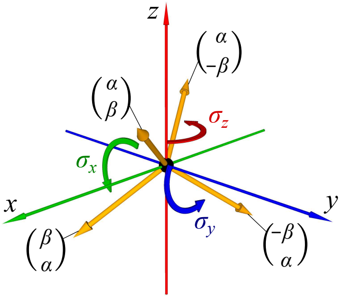
$$M(\theta) \;=\; a + b\,\sigma_{1n}\sigma_{2n} + c\,(\sigma_{1n} + \sigma_{2n}) + e\,\sigma_{1m}\sigma_{2m} + f\,\sigma_{1l}\sigma_{2l}\;.$$

Амплитуды (a, b, c, e, f) – комплексные функции угла рассеяния θ и кинетической энергии частиц. Дифференциальное сечение рассчитывается по формуле:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |a|^2 + |b|^2 + 2|c|^2 + |e|^2 + |f|^2 \quad .$$

Физический смысл операторов спина

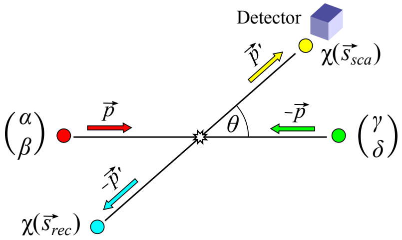
Повороты спина задаются унитарным оператором $\widehat{R}_t(\varphi) = E\cos\frac{\varphi}{2} + i(\widehat{\sigma}\cdot\vec{t}\,)\sin\frac{\varphi}{2}$, где $\vec{t}$ – ось вращения, и φ – угол поворота. Так как $\widehat{R}_t(\pi) = i\sigma_t$, то матрицы σ_x, σ_y и σ_z являются операторами поворота на 180° вокруг своих осей.



Систему (x, y, z) можно построить на векторах $(\vec{m}, \vec{l}, \vec{n})$, поскольку ось квантования произвольна. Состояние частицы, допустим $\binom{\alpha}{\beta}$, операторы σ_x, σ_y и σ_z переводят в спиноры: $\binom{\beta}{\alpha}$, $\binom{\beta}{-\alpha}$ и $\binom{\alpha}{-\beta}$. Эти и есть spin-flip. Полный переворот спина соответствовал бы переходу $\binom{\alpha}{\beta} \to \binom{-\beta^*}{\alpha}$, но матрица $M(\theta)$ таких преобразований не даёт.

Смена представления

Рассеянной частицей считается та, которая попадает в детектор. Положение детектора можно поменять, что равносильно смене представления, какую из частиц считать рассеянной или отдачной.



Этот выбор произволен, но от него не может зависеть состояние частиц после взаимодействия, поэтому:

$$\Psi_{fin} = \widehat{P}(\theta)M(\theta) \times \Psi_{in} = \widehat{P}(\theta - \pi)M(\pi - \theta) \times \Psi_{in} .$$

Смена представления

По свойству поворота: $\widehat{P}(\pi-\theta) \equiv \widehat{P}(\pi)\widehat{P}(\theta)$. Согласно определению оператор $\widehat{P}(\pi)$ инвертирует направления движения: $\widehat{P}(\pi) \times \psi(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \psi(\vec{p}_2, \vec{p}_1)$.
В литературе его называют оператором Майораны $\widehat{P}_M \equiv \widehat{P}(\pi)$. Так как полная перестановка изменяет знак, то:

$$\widehat{P}_M \widehat{P}_B \times \Psi = -\Psi \quad \Rightarrow \quad \widehat{P}_M \sim -\widehat{P}_B = -\frac{1}{2}\left(1 + \widehat{\sigma}_1 \widehat{\sigma}_2\right) .$$

Получаем закон:

$$\boxed{M(\theta) = \widehat{P}_M \times M(\pi-\theta)} \quad . \tag{3}$$

Теорема (Смена представлений)

Действие оператора Майораны на матрицу рассеяния двух частиц равносильно перемещению детектора в диаметрально противоположную точку наблюдения в системе центра масс.

Обобщение для нуклонов

Волновая функция нейтрона и протона

$$\Psi_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[n_1 p_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \psi_{12} - p_1 n_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_2 \psi_{12}^* \right]$$

Матрица *NN*-рассеяния

$$\begin{aligned} M(\theta) &= M_0(\theta) \frac{1 - \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2}{4} + M_1(\theta) \frac{3 + \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2}{4} = \\ &= \frac{1}{2} (M_1(\theta) + M_0(\theta)) + \frac{1}{2} (M_1(\theta) - M_0(\theta)) \hat{P}_B^T , \end{aligned}$$

$\hat{P}_B^T = \frac{1}{2}(1 + \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2)$ – оператор Бартлетта для изотопических переменных

Оператор Майораны

$$\hat{P}_M \hat{P}_B \hat{P}_B^T \times \Psi = -\Psi \quad \Rightarrow$$

$$\hat{P}_M \sim -\hat{P}_B \hat{P}_B^T = -\frac{1}{2}(1 + \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2) \frac{1}{2}(1 + \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2)$$

Формула Дина

Волновая функция трёх нуклонов:

$$\Psi_{3N} = \frac{1}{\sqrt{3!}} \begin{vmatrix} \psi_1(\xi_1) & \psi_1(\xi_2) & \psi_1(\xi_3) \\ \psi_2(\xi_1) & \psi_2(\xi_2) & \psi_2(\xi_3) \\ \psi_3(\xi_1) & \psi_3(\xi_2) & \psi_3(\xi_3) \end{vmatrix} .$$

Пусть ξ_1 – состояние налетающего нейтрона, а ξ_2 и ξ_3 – нуклоны дейтрона. Так как все частичные волны ортогональны, достаточно рассмотреть один вариант:

$$\Psi_{nd} = n_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 \psi_1(\vec{p}_n) \cdot \frac{p_2 n_3 - n_2 p_3}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \psi_d$$

Функция ψ_d имеет вид:

$$\psi_d = \Psi_H \frac{e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}(\vec{r}_2-\vec{r}_3)} + e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{p}(\vec{r}_2-\vec{r}_3)}}{\sqrt{2}} , \quad \Psi_H - \text{функция Хюльтена.}$$

Формула Дина

$$\Psi_{p(nn)} = \tfrac{1}{2}(M_1(\theta) - M_0(\theta))\widehat{P}_B^T\widehat{P}(\theta) \times \Psi_{nd} =$$

$$= \sum A_t p_1 \begin{pmatrix}\alpha_t\\ \beta_t\end{pmatrix}_1 \psi_1(\vec{p}_n{}') \cdot \frac{n_2 n_3}{\sqrt{2}} \left[\chi_{(-)}\cos\tfrac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar} + i\chi_{(+)}\sin\tfrac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\right] e^{\frac{i}{\hbar}\frac{\vec{q}}{2}(\vec{r}_2+\vec{r}_3)}\psi_d\ ,$$

$$\chi_{(\pm)} = \begin{pmatrix}\gamma_t\\ \delta_t\end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix}_3 \pm \begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix}\gamma_t\\ \delta_t\end{pmatrix}_3 .$$

Здесь A_t – амплитуда матрицы рассеяния: $A_1 = a^{exch} = \frac{1}{2}(a_1 - a_0)$ и т.д. Состояния $\binom{\alpha_t}{\beta_t}$ и $\binom{\gamma_t}{\delta_t}$ образуются действием операторов, принадлежащих своим амплитудам A_t. Дифф. сечение реакции $nd \to p(nn)$ определяется как $|\Psi_{p(nn)}|^2$ и усредняется по объему ядра дейтерия и поляризации частиц:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\bigg|_{nd\to p(nn)} = \oint \overline{|\Psi_{p(nn)}|^2}\, dV =$$

$$= \frac{1}{2}\sum |A_j|^2 \left[\overline{|\chi_{(-)}|^2} \oint |\psi_d|^2 \cos^2\tfrac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\, dV + \overline{|\chi_{(+)}|^2} \oint |\psi_d|^2 \sin^2\tfrac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\, dV\right] .$$

Формула Дина

$$|\chi_{(-)}|^2 = 2|\delta\gamma_t - \gamma\delta_t|^2 \,, \quad |\chi_{(+)}|^2 = 4 - |\chi_{(-)}|^2 \,,$$

$$\overline{|\delta\gamma_t - \gamma\delta_t|^2} = \begin{cases} 0\,, \text{ если: } \begin{pmatrix}\gamma_t \\ \delta_t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\gamma \\ \delta\end{pmatrix}, \\ 2/3\,, \text{ если: } \begin{pmatrix}\gamma_t \\ \delta_t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\gamma \\ -\delta\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\delta \\ \gamma\end{pmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix}-\delta \\ \gamma\end{pmatrix}. \end{cases}$$

Весовые доли спиновых состояний $\chi_{(-)}$ и $\chi_{(+)}$.

A_t	γ_t	δ_t	$\overline{\|\chi_{(-)}\|^2}$	$\overline{\|\chi_{(+)}\|^2}$
a^{exch}	γ	δ	0	4
b^{exch}	γ	$-\delta$	4/3	8/3
c^{exch}	γ	δ	0	4
	γ	$-\delta$	4/3	8/3
e^{exch}	δ	γ	4/3	8/3
f^{exch}	$-\delta$	γ	4/3	8/3

Формула Дина

$$\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right|_{nd\to p(nn)} = \frac{2}{3}\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right|^{\rm Flip}_{np\to pn}\oint|\psi_d|^2\cos^2\frac{\vec q\vec r}{2\hbar}\,dV +$$

$$+ \left(2\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right|^{\rm Non\text{-}Flip}_{np\to pn} + \frac{4}{3}\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right|^{\rm Flip}_{np\to pn}\right)\oint|\psi_d|^2\sin^2\frac{\vec q\vec r}{2\hbar}\,dV\,. \quad (4)$$

Это и есть формула[1] Натана Дина, которую он получил в 1972 г. Если частица рассеивается под нулём, переданный импульс $\vec q$ стремится к нулю, поэтому: $\cos^2\frac{\vec q\vec r}{2\hbar}\approx 1$ и $\sin^2\frac{\vec q\vec r}{2\hbar}\approx 0$, что даёт:

$$\boxed{\left.\frac{d\sigma(0)}{d\Omega}\right|_{nd\to p(nn)} = \frac{2}{3}\cdot\left.\frac{d\sigma(0)}{d\Omega}\right|^{\rm Flip}_{np\to pn}} \quad (5)$$

[1] В литературе распространено представление формулы Дина, в котором используется форм-фактор дейтрона: $F(q)=\oint|\psi_d|\cos\frac{\vec q\vec r}{\hbar}\,dV$. Противоречия здесь нет, так как справедливы преобразования:

$$\oint|\psi_d|^2\cos^2\frac{\vec q\vec r}{2\hbar}\,dV = \frac{1}{2}\oint|\psi_d|^2\left(1+\cos\frac{\vec q\vec r}{\hbar}\right)dV = \frac{1}{2}(1+F(q))\,,$$

$$\oint|\psi_d|^2\sin^2\frac{\vec q\vec r}{2\hbar}\,dV = \frac{1}{2}(1-F(q))\,.$$

Вторая формула

Начальные условия:

$$\Psi_{nd} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum n_i \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_i \psi_i(\vec{p}_n) \cdot \frac{p_j n_k - n_j p_k}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_k \psi_{d,jk} \,,$$

$$\{i,j,k\} = \{1,2,3\},\ \{2,3,1\},\ \{3,1,2\}\,.$$

Рассеяние нейтрона на связанном протоне под углом $(\pi - \theta)$:

$$\Psi_{(nn)p} = \frac{1}{2}(M_1(\pi-\theta) + M_0(\pi-\theta))\widehat{P}(\pi-\theta) \times \Psi_{nd} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\{i,j,k\}} \sum_t A_t\, p_i \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_i \psi_i(\vec{p}_n{}') \cdot \frac{n_j n_k}{\sqrt{2}} \left[\chi_{(-)} \cos\frac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar} - i\chi_{(+)} \sin\frac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\right] e^{\frac{i}{\hbar}\frac{\vec{q}}{2}(\vec{r}_j+\vec{r}_k)} \psi_d \,,$$

$$\chi_{(\pm)} = \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_3 \pm \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \,.$$

Вторая формула

Интегрируем $|\Psi_{(nn)p}|^2$ по объёму дейтрона:

$$\left.\frac{d\sigma(\pi-\theta)}{d\Omega}\right._{nd\to(nn)p} = \oint \overline{|\Psi_{(nn)p}|^2}\, dV =$$

$$= \frac{1}{2}\sum |A_j|^2 \left[\overline{|\chi_{(-)}|^2} \oint |\psi_d|^2 \cos^2 \frac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\, dV + \overline{|\chi_{(+)}|^2} \oint |\psi_d|^2 \sin^2 \frac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\, dV\,.\right]$$

Усредняем по всем направлениям спинов нейтронов, но так как их состояния теперь некоррелированы, при подстановке любого спинора $\binom{\alpha_t}{\beta_t} = \binom{\alpha}{\beta}$, $\binom{\alpha}{-\beta}$, $\binom{\beta}{\alpha}$ или $\binom{\beta}{-\alpha}$ получаем равенства:

$$\overline{|\chi_{(-)}|^2} = 2\overline{|\gamma\beta_t - \delta\alpha_t|^2} = 1 \quad , \qquad \overline{|\chi_{(+)}|^2} = 3\,.$$

Вторая формула

$$\left.\frac{d\sigma(\pi-\theta)}{d\Omega}\right|_{nd\to(nn)p} = \left.\frac{d\sigma(\pi-\theta)}{d\Omega}\right|_{np\to np}\left(\frac{1}{2}+\oint|\varphi_d|^2\sin^2\frac{\vec{q}\,\vec{r}}{2\hbar}\,dV\right)$$

Учитывая определение форм-фактора дейтрона, а также эквивалентность перезарядки вперёд и рассеяния нейтрона назад, получаем:

$$\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right|_{nd\to p(nn)} = \left(1-\frac{1}{2}F(q)\right)\left.\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right|_{np\to pn} \quad . \tag{6}$$

Так как $F(0)=1$, получаем новую закономерность.

Теорема (Одна вторая)

Дифференциальное сечение реакции перезарядки $nd\to p(nn)$ под нулём равно половине дифференциального сечения свободного процесса перезарядки $np\to pn$ под нулём.

Нейтрон дейтрона экранирует собою связанный протон ровно в половине случаев столкновения дейтрона с нейтроном пучка.

Катастрофа PSA?

Легко видеть, что формулы (4) и (6) дублируют выражение одной и той же величины $d\sigma(\theta)/d\Omega_{\,nd\to p(nn)}$. Приводя в них подобные слагаемые и сокращая одинаковые сомножители, находим:

$$\left(1 - \frac{1}{2}F(q)\right)\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{np\to pn} =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{3}F(q)\right)\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}^{\rm Flip}_{np\to pn} + (1 - F(q))\,\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}^{\rm Non\text{-}Flip}_{np\to pn} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}^{\rm Flip}_{np\to pn} = 3\cdot\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}^{\rm Non\text{-}Flip}_{np\to pn}} \ . \qquad (7)$$

Гипотеза (3 : 1)

Соотношение между флиповой и нефлиповой частями дифференциального сечения перезарядки $np \to pn$ под любыми углами рассеяния находится в пропорции 3 к 1.