

# DETERMINATION OF FAST NEUTRON SPECTRUM BY A DEFORMATION OF THE REFERENCE SPECTRUM EXPANDED ON LEGENDRE POLYNOMIALS IN ACCORDING TO REACTION RATES IN THRESHOLD DETECTORS

<sup>1</sup>S.Korneyev, <sup>2</sup>A.Khilmanovich , <sup>2</sup>B.Martsynkevich

<sup>1</sup>Joint Institute for Power and Nuclear Research-Sosny, Minsk, Belarus;

<sup>2</sup>B.I.Stepanov Institute of Physics, Minsk, Belarus;

**Введение.** К настоящему времени имеется широкий набор программ, используемых для восстановления спектров по данным о скоростях ядерных реакций, имеющих разные пороги. Часть программ рассмотрена в работах [1, 2]. К таким программам относятся: многогрупповой метод; аппроксимация спектра быстрых нейтронов рядом; программа, использующая метод регуляризации для определения спектра быстрых нейтронов; метод экспоненциальной аппроксимации; метод деформации спектра; «экспрессный» метод; метод наименьших относительных среднеквадратичных отклонений; метод эффективных пороговых сечений и др.

Особенностью всех этих методов является использование априорной информации об измеряемом спектре нейтронов. Такая информация может быть задана в виде аналитической функции или численной информации, полученной, например, методом Монте-Карло. В большинстве методов используется итерационный процесс подгонки рассчитываемых скоростей реакций к экспериментальным значениям. Как и следует ожидать, вследствие сложности программ в деталях известной только разработчику, многие из методов не получили широкого распространения. К наиболее часто используемым программам следует отнести STAY-SL [3] и SAND-2 [4].

Отметим также, что во всех перечисленных методах требуется детальная информация о сечениях ядерных реакций в зависимости от энергии нейтронов. Такая информация достаточно хорошо известна для низких энергий – до 20 МэВ, что требуется для реакторных исследований.

Для высоких энергий нейтронов – вплоть до 100...200 МэВ в ряде случаев сечения ядерных реакций в зависимости от энергии отсутствуют. Выход из этой ситуации можно найти с помощью отмеченного выше метода эффективных пороговых сечений путем его модификации. Перейдем к более подробному его изложению.

[1] Крамер-Агеев, Е.А. Активационные методы спектрометрии нейтронов / Е.А. Крамер-Агеев, В.С. Трошин, Е.Г. Тихонов. – М.: "Атомиздат", 1976. – 232 с.

[2] Ломакин, С.С. Радиометрия нейтронов активационным методом. / С.С. Ломакин, В.И. Петров, П.С. Самойлов. – 2-е изд.. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 141 с.

**Метод эффективных пороговых сечений.** В эксперименте регистрируется конечный дискретный набор скоростей пороговых реакций  $I_n$

$$\int_0^{\infty} \sigma_n(E) \varphi(E) dE = I_n, \quad 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

Это связано с конечным числом типов радионуклидов, существующих в природе. Задача решения систем уравнений (1) относительно  $\varphi(E)$  с найденными в эксперименте значениями  $I_n$ , имеющими соответствующие погрешности  $\Delta I_n$ , относится к классу некорректно поставленных задач [5]. Вследствие неполного определения  $I_n$  на всей оси переменной  $n$  и наличия экспериментальных погрешностей  $\Delta I_n$  решение системы (1) неустойчиво к малым изменениям значений  $I_n$ . В этом случае говорят о приближенном нахождении функции  $\varphi(E)$  путем решения некорректно поставленной задачи.

Особенностью задачи (1) является то, что ядра системы уравнения  $\sigma_n(E)$  (сечения  $n$ -х пороговых ядерных реакций) имеют область, в которой они принимают нулевые значения

$$\sigma(E) = 0; \quad 0 \leq E \leq E_n. \quad (2)$$

Задача существенно упростилась бы, если бы функция  $\sigma_n(E)$  имела вид ступеньки, описываемой с помощью функции Хевисайда  $H(E - E_n)$ ,

$$\sigma_n(E) = \sigma_n^{\text{эф}} \cdot H(E - E_n), \quad (3)$$

где

$$H(E - E_n) = \begin{cases} 0; & 0 \leq E \leq E_n, \\ 1; & E \geq E_n, \end{cases} \quad (4)$$

а  $\sigma_n^{\text{эф}}$  – постоянная величина, называемая эффективным сечением реакции. Для определения  $\sigma_n^{\text{эф}}$  обычно используется опорный спектр  $\varphi^{\text{оп}}(E)$ :

[5] Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач: учеб. пособие для вузов / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – 3-е изд., исправленное. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 288 с.

$$\int_0^{\infty} \sigma(E) \varphi^{on.}(E) dE = \int_0^{\infty} \sigma_n^{\text{эф.}} H(E - E_n) \varphi^{on.}(E) dE = \sigma_n^{\text{эф.}} \int_{E_n}^{\infty} \varphi^{on.}(E) dE \quad (5)$$

Откуда

$$\sigma_n^{\text{эф.}} = \frac{\int_0^{\infty} \sigma(E) \varphi^{on.}(E) dE}{\int_{E_n}^{\infty} \varphi^{on.}(E) dE} \quad (6)$$

В соответствии с (6) эффективное сечение реакции  $\sigma_n^{\text{эф.}}$  является средним значением сечения  $\sigma_n(E)$ , усредненного по опорному спектру  $\varphi^{on.}(E)$ .  
Знаменатель в выражении (6)

$$G_n = \int_{E_n}^{\infty} \varphi^{on.}(E) dE \quad (7)$$

носит название опорной интегральной функции.

С учетом выражения (3) система уравнений (1) преобразуется следующим образом:

$$I_n = \int_0^{\infty} \sigma_n^{\text{эф.}} H(E - E_n) \varphi(E) dE = \sigma_n^{\text{эф.}} \int_0^{\infty} H(E - E_n) \varphi(E) dE = \sigma_n^{\text{эф.}} \int_{E_n}^{\infty} \varphi(E) dE = \sigma_n^{\text{эф.}} F(E_n), \quad (8)$$

В выражении (8)

$$F(E_n) = \int_{E_n}^{\infty} \varphi(E) dE \quad (9)$$

значения интегральной функции для ядерных реакций с порогами энергий  $E_n$ .  
Выражение (8), записанное в виде

$$F_n = \frac{I_n}{\sigma_n^{\text{эф}}}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (10)$$

представляет собой набор значений функции  $F(E_n)$  в зависимости от  $E_n$ . По дискретным значениям  $F_n$  строится функция  $F(E)$

$$F(E) = \int_E^{\infty} \varphi(E') dE', \quad (11)$$

которая называется интегральным спектром (интегральной функцией).

В соответствии с известной теоремой Ньютона и Лейбница производная от первообразной функции  $F(E)$  по переменному пределу  $E$  есть подинтегральная функция  $\varphi(E)$ , т.е. искомое решение системы (1)

$$\frac{dF(E)}{dE} = -\varphi(E). \quad (12)$$

При использовании в выражении (5) опорного спектра  $\varphi^{op}(E)$  подразумевается, что в результате вычислений будет найдена такая деформирующая функция  $\psi(E)$ , что произведение

$$\varphi(E) = \psi(E)\varphi^{op.}(E) \quad (13)$$

позволит рассчитать искомый спектр нейтронов.

Основным требованием любого метода восстановления спектра быстрых нейтронов, в том числе и метода деформации опорного спектра, является использование минимального количества итераций  $K$ , в результате которых исходный опорный спектр (нулевое приближение)  $\varphi_0(E)$  будет стремиться к реальному спектру нейтронов  $\varphi(E)$ . Формально процедура поиска функции  $\psi(E)$  может быть представлена следующей схемой:

$$\varphi_1(E) = \psi_1(E)\varphi_0(E) \rightarrow \varphi_2(E) = \psi_2(E)\varphi_1(E) \rightarrow \dots \rightarrow \varphi_K(E) = \psi_K(E)\varphi_{K-1}(E) \quad (14)$$

Следовательно, последовательность расчета деформирующей функции  $\psi(E)$  выглядит как

$$\varphi_0(E) \rightarrow \psi_1(E)\varphi_0(E) \rightarrow \psi_2(E)\psi_1(E)\varphi_0(E) \rightarrow \dots \rightarrow \psi_K(E)\psi_{K-1}(E) \dots \psi_1(E)\varphi_0(E) \approx \varphi(E) \quad , (15)$$

при которой

$$\psi ( E ) = \psi _ K ( E ) \psi _ { K - 1 } ( E ) \dots \psi _ 1 ( E ) \quad (16)$$

В рассматриваемом ниже подходе при нахождении функции  $\varphi(E)$  предлагается совместить достоинства метода эффективных пороговых сечений и метода деформации опорного спектра с помощью разложения деформирующей функции в ряд по полиномам Лежандра. Однако, в отличие от обычно используемого метода деформации, применяемого при нахождении искомого спектра (функции  $\varphi(E)$  (13)), нами деформирующая функция используется для расчета интегральной функции  $F(E)$  (11), которую также обозначим как  $\psi(E)$

$$F ( E ) = \psi ( E ) G ( E ) \quad (17)$$

Такой перенос акцента в расчетах на  $F(E)$  связан с тем, что интегральная функция имеет более простой вид по сравнению с дифференциальной функцией  $\varphi(E)$ . Действительно,  $F(E)$  является монотонно убывающей функцией, стремящейся к нулю при приближении к максимальной энергии в спектре  $E_{max}$ , в то время как дифференциальная функция  $\varphi(E)$  может иметь несколько максимумов. Следовательно, функция  $F(E)$  может быть представлена более коротким рядом, т. е. число  $M$  искомым коэффициентов  $a_m$  ряда будет небольшим.

Вместе с тем, следует отметить, что для более корректного определения формы спектра  $\varphi(E)$  с помощью дифференцирования интегральной функции  $F(E)$  (12) число используемых скоростей реакций  $I_n$  (10) должно быть достаточно большим.

Очевидно, что в выражении (17) в качестве интегральной опорной функции может быть использована функция

$$G(E) = \int_E^{E^{\max}} \varphi^{оп.}(E') dE', \quad (18)$$

в которой под знаком интеграла стоит  $\varphi^{оп.}(E')$ , использовавшаяся ранее при расчете эффективного сечения реакции  $\sigma_n^{эф.}$  (6).

Представим деформирующую функцию  $\psi(E)$  в виде разложения по полиномам Лежандра  $P_m(E)$ , ограничившись конечным числом  $M$  членов

$$\psi(E) = \frac{F(E)}{G(E)} = \sum_{m=1}^M a_m P_m(E) \quad (19)$$

Особенность использования ортогональных функций при поиске деформирующей функции  $\psi(E)$  состоит в том, что качественное представление рассматриваемой функции (в нашем случае интегральной функции  $F(E)$ ) может быть достигнуто путем использования небольшого количества членов ряда. Преимущество полиномов Лежандра, используемых в предлагаемом методе, например, по сравнению с разложением в ряд Фурье, состоит в том, что уменьшаются осцилляции решения  $\psi(E)$  для больших энергий  $E$  при относительно малом числе уравнений  $N$  (10).

При использовании опорного спектра  $\varphi^{оп}(E)$  близкого по форме к искомому  $\varphi(E)$  число слагаемых  $a_m P_m(E)$ , стоящих под знаком суммы в (19), может быть ограничено одним ( $M=1$ ). Так как  $P_0(E)=1$ , это означает, что искомый спектр будет равен произведению опорного спектра  $\varphi^{оп}(E)$  на некоторый найденный постоянный для всего спектра коэффициент  $a_0$ .

Отметим, что использование в расчетах функции  $\psi(E)$  близкой к константе, позволяет провести предварительный анализ используемых в расчете значений  $F_n$  (10), полученных в результате использования экспериментальных значений скоростей  $I_n$  и эффективных сечений реакций  $\sigma_n^{эф}$ .

**Определение коэффициентов разложения деформирующей функции  $\psi(E)$  в ряд по полиномам Лежандра.** В конечном итоге задача определения интегральной функции  $F(E)$  сводится к определению коэффициентов разложения  $a_m$  функции

$$\psi(E) = \sum_{m=1}^M a_m P_m(E) \quad (20)$$

по известным экспериментальным значениям  $F_n$  и заданной опорной функцией  $G(E)$ .

Для проведения дискретных вычислений будем использовать полиномы Лежандра  $P_m(E)$  в виде  $P_{mn}$ .

Система (1), содержащая  $N$  интегральных уравнений, по отношению к числу искомым коэффициентов  $a_m$  в выражении (20)  $M$  является сильно переопределенной:  $N \gg M$ . Поэтому значения  $a_m$  будем искать методом наименьших квадратов, используя требование минимума функционала

$$\sum_{n=1}^N p_n \left( \psi_n - \sum_{m=1}^M a_m P_{mn} \right)^2 = \min. \quad (21)$$

В выражении (21) для реакции  $n$  используется весовой множитель  $p_n$ , так как погрешность восстановленного спектра  $\Delta\varphi(E)$  помимо зависимости от погрешностей  $\Delta I_n$  и  $\Delta\sigma_n^{e\varphi}$  зависит также и от способа построения интегральной функции  $F(E)$  по дискретным значениям  $F_n$  или, что эквивалентно, деформирующей функции  $\psi_n$ .

Требование минимума (21) будет выполнено при условии

$$\frac{\partial}{\partial a_l} \sum_{n=1}^N p_n \left( \psi_n - \sum_{m=1}^M a_m P_{mn} \right)^2 = 0, \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (22)$$

или

$$\sum_{n=1}^N p_n \left( \psi_n - \sum_{m=1}^M a_m P_{mn} \right) P_{ln} = 0, \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (23)$$

Уравнения системы (23) последовательно преобразуется следующим образом:

$$\sum_{n=1}^N p_n \psi_n P_{ln} = \sum_{n=1}^N p_n \sum_{m=1}^M a_m P_{mn} P_{ln}, \quad (24)$$

$$\sum_{n=1}^N p_n \psi_n P_{ln} = \sum_{m=1}^M a_m \sum_{n=1}^N p_n P_{mn} P_{ln} \quad (25)$$

Окончательно система уравнений (23) преобразуется в определенную и имеет вид

$$\sum_{m=1}^M a_m r_{lm} = q_l, \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (26)$$

где:

$$r_{ln} = \sum_{n=1}^N p_n P_{mn} P_{ln} \quad (27)$$

и

$$q_l = \sum_{n=1}^N p_n \psi_n P_{ln} \quad (28)$$

а  $a_m$  – искомые коэффициенты.

Характеристиками решения системы является отклонение полученных таким образом значений от исходных значений деформирующей функции

$$\Delta_n = \sum_{m=1}^M a_m P_{mn} - \psi_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (29)$$

и среднее квадратичное отклонение

$$K^2 = \sum_{n=1}^N \frac{\Delta_n^2}{N-1} \quad (30)$$

**Использование опорной функции и сходимость решения.** При разработке программы было проведено исследование сходимости решения в процессе выполнения повторных итераций. Например, в качестве опорной функции была задана функция, не зависящая от энергии, т. е. константа  $\varphi^{оп}(E)=1$ . В качестве модельной функции спектра была выбрана экспоненциальная функция  $\varphi(E)=A\exp(-\mu E)$ , с использованием которой были рассчитаны скорости реакций. Уже после первой итерации в решении появляется множитель, содержащий экспоненциальную зависимость от энергии.

Отметим, что использование опорной функции, близкой к реальному спектру нейтронов, позволяет сократить число итераций и повысить точность конечного результата. В качестве такой опорной функции может быть использован спектр нейтронов, полученный в результате численного расчета, например, методом Монте-Карло.

Показано, что для получения корректных спектров нейтронов наряду с использованием широкого набора пороговых реакций необходимо, чтобы погрешности определяемых экспериментально значений интегральной функции  $F(E_n)$  не превышали ~50%. В этом случае можно ограничиться числом членов ряда разложения деформирующей функции (20), равным 4.

Погрешность восстановленного спектра нейтронов  $\Delta\varphi(E)$  рассчитывается следующим образом. Так как в соответствии с (12) искомый дифференциальный спектр является функцией интегрального спектра  $\varphi(E) = -dF/dE = f(F)$ , то очевидно, что абсолютная погрешность  $\Delta\varphi(E)$  обусловлена формой интегрального  $F(E)$  спектра и его абсолютной погрешностью  $\Delta F(E)$ . Поэтому

$$\Delta\varphi \approx \varphi'(F)\Delta F \quad (31)$$

Взяв производную от сложной функции восстановленного спектра по энергии, получим

$$\frac{d\varphi}{dE} = \frac{d\varphi}{dF} \cdot \frac{dF}{dE} \quad (32)$$

Отсюда следует, что

$$\varphi'(F) = \frac{d\varphi/dE}{\varphi(E)} \quad (33)$$

Производную  $d\varphi/dE$  как функцию энергии  $E$  можно рассчитать численным образом по 5, 7 и более точкам спектра].

Абсолютная погрешность интегрального спектра  $\Delta F(E)$ , входящая в выражение (31), для энергии  $E=E_n$  зависит от скорости реакции  $I_n$  и ее погрешности  $\Delta I_n$ , а также найденного значения эффективного сечения реакции и его погрешности и рассчитывается обычным образом:

$$\begin{aligned} \Delta F(E_n, I_n, \sigma_n^{\text{эф.}}) &= \left[ \left( \frac{\partial F_n}{\partial I_n} \right)^2 (\Delta I_n)^2 + \left( \frac{\partial F_n}{\partial \sigma_n^{\text{эф.}}} \right)^2 (\Delta \sigma_n^{\text{эф.}})^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[ \left( \frac{1}{\sigma_n^{\text{эф.}}} \right)^2 (\Delta I_n)^2 + \left( \frac{I_n}{\sigma_n^{\text{эф.}2}} \right)^2 (\Delta \sigma_n^{\text{эф.}})^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (34)$$

В соответствии с выражениями (31) и (33)-(34) по найденным значениям  $\varphi(E)$ ,  $d\varphi/dE$  и  $\Delta F(E_n)$  строится коридор погрешностей  $\Delta\varphi(E)$ .

Максимальное и минимальное значения коридора погрешностей  $\Delta\varphi(E)$  также могут быть найдены путем двух дополнительных расчетов спектра нейтронов с использованием значений интегральной функции  $F_n + \Delta F_n$  и  $F_n - \Delta F_n$  (10).

В разработанной программе восстановления спектров быстрых нейтронов используются сечения реакций из библиотеки [7]. Взятые из библиотеки сечения реакций интерполировались на промежуточные энергии с шагом 50 кэВ. Все расчеты, включая расчет полиномов Лежандра, суммирование, численное дифференцирование, также выполнялись с шагом по энергии равным 50 кэВ.

Для многих реакций сечения известны лишь до 20 МэВ. Поэтому для тех реакций, у которых отсутствуют сечения выше 20 МэВ, использовалось аналитическое продление сечения вплоть до 150 МэВ [7]. Учет таких «хвостов» позволяет более точно рассчитать эффективное сечение, особенно для реакций, имеющих высокие пороги.

В табл. 1 приведены характеристики продуктов 48 пороговых реакций, используемых нами для восстановления спектров быстрых нейтронов, а на рис. 1, в качестве примера, восстановленный спектр нейтронов по результатам эксперимента по облучению свинцовой нейтронообразующей мишени протонами фазотрона ЛЯП ОИЯИ с энергией 660 МэВ. На этом же рисунке приведен коридор погрешностей восстановленного спектра. В эксперименте использовались активационные детекторы из следующих 12 материалов: *Cd, Pb, Bi, Cu, Fe, Co, Zr, In, Mg, Al, Ni, Ti*.

[7] A.J. Koning and D. Rochman, Nuclear Research and Consultancy Group (NRG), TENDL-2011 <http://www.talys.eu/>

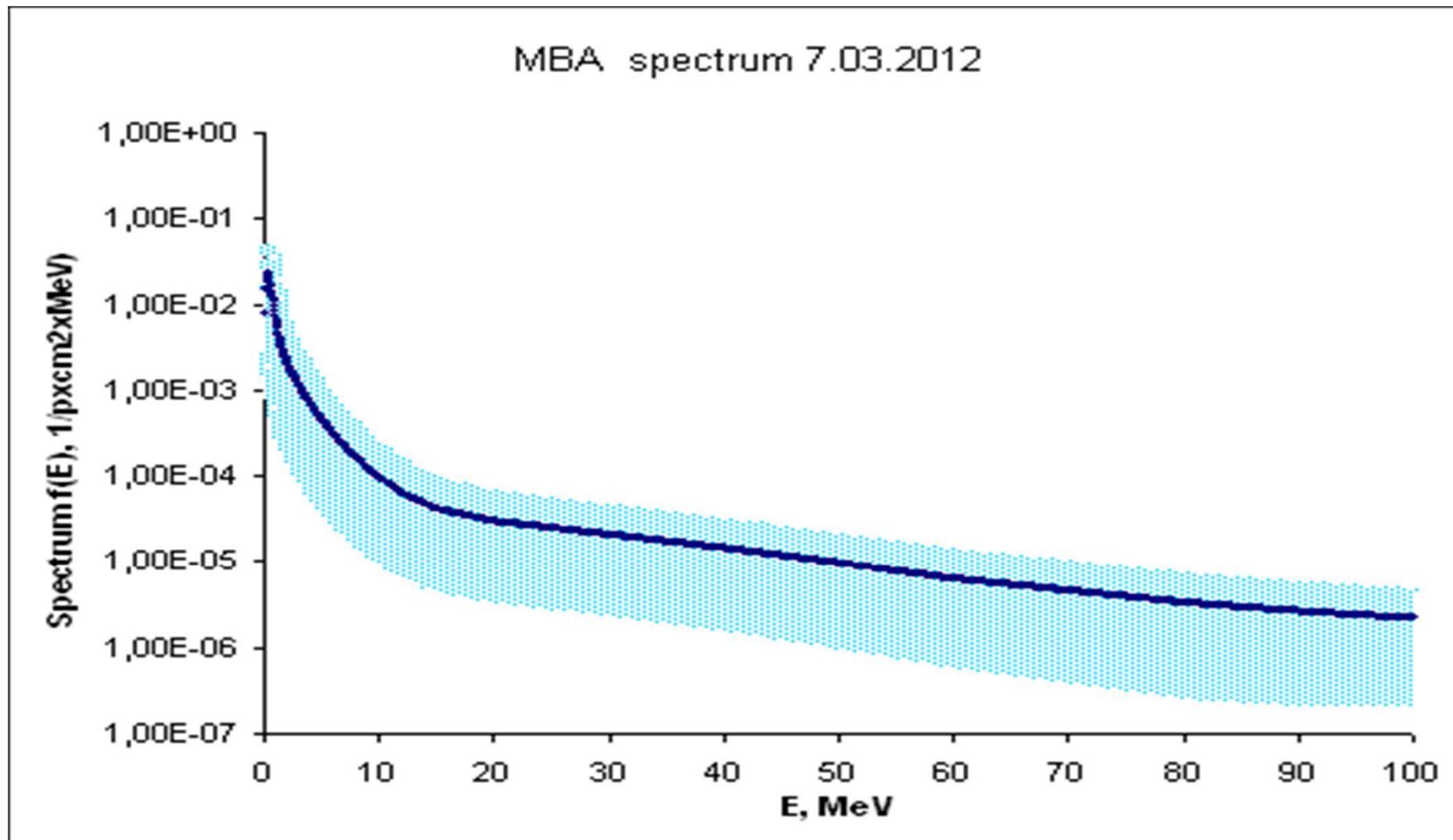
Т а б л и ц а 1. Реакции, выстроенные в порядке возрастания эффективных пороговых энергий и физические характеристики ядер-продуктов

№	Реакция	$T_{1/2}$ ядра-продукта	$E_{\gamma}$ кэВ	$I_{\gamma}$ %	$E^{пор.}$ , МэВ
1	$^{111}\text{Cd} (n, n'\gamma) ^{111}\text{Cd}^m$	48,7 мин	245,4	94,2	0,25
2	$^{115}\text{In} (n, n'\gamma) ^{115}\text{In}^m$	4,486 ч	336,2	45,4	0,35
3	$^{47}\text{Ti} (n, p) ^{47}\text{Sc}$	3,351 сут	159,4	68,0	0,75
4	$^{58}\text{Ni} (n, p) ^{58}\text{Co}$	70,8 сут	810,8	99,4	0,90
5	$^{204}\text{Pb} (n, n'\gamma) ^{204}\text{Pb}^m$	66,9 мин	911,7	96,5	0,95
6	$^{54}\text{Fe} (n, p) ^{54}\text{Mn}$	312,5 сут	834,8	100	1,25
7	$^{61}\text{Ni} (n, p) ^{61}\text{Co}$	1,65 ч	909,2	3,01	2,75
8	$^{46}\text{Ti} (n, p) ^{46}\text{Sc}$	83,83 сут	889,2	100	3,05
9	$^{59}\text{Co} (n, p) ^{59}\text{Fe}$	44,529 сут	1099,2	56,1	3,45
10	$^{90}\text{Zr} (n, p) ^{90}\text{Y}^m$	3,19 ч	479,3	91,0	3,85
11	$^{65}\text{Cu} (n, p) ^{65}\text{Ni}$	2,52 ч	1482	23,5	3,95
12	$^{54}\text{Fe} (n, \alpha) ^{51}\text{Cr}$	27,7 сут	320,1	9,83	4,75

13	$^{56}\text{Fe} (n, p) ^{56}\text{Mn}$	2,578 ч	846,8	98,9	5,40
14	$^{48}\text{Ti} (n, p) ^{48}\text{Sc}$	43,7 ч	983,5	100	5,95
15	$^{24}\text{Mg} (n, p) ^{24}\text{Na}$	15,0 ч	1368,6	100	6,15
16	$^{27}\text{Al} (n, \alpha) ^{24}\text{Na}$	15,0 ч	1368,6	100	6,75
17	$^{111}\text{Cd} (n, p) ^{111}\text{Ag}$	7,45 сут	342,1	6,69	6,80
18	$^{59}\text{Co} (n, \alpha) ^{56}\text{Mn}$	2,578 ч	846,8	98,9	6,95
19	$^{96}\text{Zr} (n, 2n) ^{95}\text{Zr}$	63,91 сут	756,7	55,0	8,05
20	$^{204}\text{Pb} (n, 2n) ^{203}\text{Pb}$	52,05 ч	279,2	80,1	8,65
21	$^{92}\text{Zr} (n, p) ^{92}\text{Y}$	3,54 ч	934,5	13,9	8,75
22	$^{115}\text{In} (n, p) ^{115}\text{Cd}$	53,46 ч	527,7	32,9	8,90
23	$^{116}\text{Cd} (n, 2n) ^{115}\text{Cd}$	53,46 ч	492,1	10,2	9,05
24	$^{115}\text{In} (n, 2n) ^{114}\text{In}^m$	49,51 сут	190,3	15,4	9,60
25	$^{112}\text{Cd} (n, 2n) ^{111}\text{Cd}^m$	48,7 мин	245,4	94	10,15
26	$^{113}\text{Cd} (n, p) ^{113}\text{Ag}$	5,3 ч	298,6	100	10,25
27	$^{65}\text{Cu} (n, 2n) ^{64}\text{Cu}$	12,7 ч	1346	0,49	10,45
28	$^{108}\text{Cd} (n, 2n) ^{107}\text{Cd}$	6,49 ч	828,9	0,177	10,85
29	$^{59}\text{Co} (n, 2n) ^{58}\text{Co}$	70,8 сут	810,8	99,4	11,05
30	$^{50}\text{Ti} (n, \alpha) ^{47}\text{Ca}$	4,53 сут	1297	74,9	11,45

31	$^{112}\text{Cd} (n, p) ^{112}\text{Ag}$	3,12 ч	616,8	42,7	11,50
32	$^{90}\text{Zr} (n, 2n) ^{89}\text{Zr}$	3,27 сут	909,2	99,9	12,45
33	$^{58}\text{Ni} (n, 2n) ^{58}\text{Co}$	1,52 сут	1378	77,9	13,45
34	$^{209}\text{Bi} (n, 3n) ^{207}\text{Bi}$	38 лет	1064	74,9	15,40
35	$^{59}\text{Co} (n, 3n) ^{57}\text{Co}$	270,9 сут	122,1	85,6	20,95
36	$^{91}\text{Zr} (n, 3n) ^{89}\text{Zr}$	3,27 сут	909,2	99,9	22,45
37	$^{63}\text{Cu} (n, 3n) ^{61}\text{Cu}$	3,408 ч	656,0	10,1	22,50
38	$^{90}\text{Zr} (n, 3n) ^{88}\text{Zr}$	83,4 сут	392,9	100	24,00
39	$^{209}\text{Bi} (n, 4n) ^{206}\text{Bi}$	6,243 сут	803,1	98,9	24,95
40	$^{54}\text{Fe} (n, 3n) ^{52}\text{Fe}$	8,275 ч	168,7	99,2	27,45
41	$^{209}\text{Bi} (n, 5n) ^{205}\text{Bi}$	15,31 сут	703,4	31,1	33,35
42	$^{59}\text{Co} (n, 4n) ^{56}\text{Co}$	78,76 сут	846,8	99,9	36,85
43	$^{209}\text{Bi} (n, 6n) ^{204}\text{Bi}$	11,2 ч	899,2	98,0	45,00
44	$^{59}\text{Co} (n, 5n) ^{55}\text{Co}$	17,54 ч	931,5	75,0	53,20
45	$^{209}\text{Bi} (n, 7n) ^{203}\text{Bi}$	11,76 ч	820,2	29,6	54,75
46	$^{209}\text{Bi} (n, 8n) ^{202}\text{Bi}$	1,67 ч	960,7	99,3	65,10
47	$^{209}\text{Bi} (n, 9n) ^{201}\text{Bi}$	108 мин	785,9	29,5	77,30
48	$^{209}\text{Bi} (n, 10n) ^{200}\text{Bi}$	36,4 мин	1026	100	83,40

Рисунок 1 – Восстановленный спектр нейтронов для точки с координатами  $r=0$  см и  $z=30$  см нейтронообразующей свинцовой мишени (фазотрон ЛЯП, февраль 2011 г.).



**Заключение.** Разработанная программа предназначена, прежде всего, для восстановления спектра быстрых нейтронов в широком диапазоне энергий, включая и высокие энергии – вплоть до 100 МэВ. В ее основе лежат: 1) метод эффективных пороговых энергий, 2) метод деформации опорного спектра с использованием для этой цели разложения деформирующей функции в ряд по полиномам Лежандра, 3) метод итераций, позволяющий по найденному спектру уточнять эффективные сечения реакций. В программе используются 48 реакций, имеющих эффективные пороги, лежащие в интервале от 0,25 МэВ до 83,4 МэВ. В программе используются весовые функции для каждой из скоростей реакции, учитывающие статистическую погрешность числа отсчетов зарегистрированного аналитического пика в  $\gamma$ -спектре, а также удаленность пороговой энергии реакции от ближайших пороговых энергий.

Структура программы допускает введение дополнительных пороговых реакций.

Настоящая программа была использована в экспериментах по определению характеристик нейтронных полей в ядерно-физической установке КВИНТА [8], облучаемой дейтронами ускорителя Нуклотрон-М ЛФВЭ ОИЯИ с энергиями 1 – 8 ГэВ.

Авторы выражают признательность коллегам, участвовавшим в совместных экспериментах, В.С.Пронских, В.В.Чилапу за полезные дискуссии. Выражаем признательность организаторам исследований С.И.Тютюнникову и М.Г.Кадыкову за конструктивную помощь при проведении экспериментальных работ.

[8] Чилап В.В. Солодченкова С.А., Чиненов А.В. и др. Ядерно-физическая энергетика – физико-технические основы и результаты первых экспериментов. Вестник Национального ядерного центра Республики Казахстан – 2011, декабрь, выпуск 4. С . 68 – 76.

**Спасибо за  
внимание!**

*С.В.КОРНЕЕВ<sup>1</sup>, Б.А.МАРЦЫНКЕВИЧ<sup>2</sup>, А.М.ХИЛЬМАНОВИЧ<sup>2</sup>*

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРА БЫСТРЫХ НЕЙТРОНОВ МЕТОДОМ  
ДЕФОРМАЦИИ ОПОРНОГО СПЕКТРА, ПРЕДСТАВЛЯЕМОЙ В ВИДЕ  
ФУНКЦИИ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ПОЛИНОМАМ ЛЕЖАНДРА**

*<sup>1</sup>Объединенный институт энергетических и ядерных исследований-  
Сосны НАН Беларуси,*

*<sup>2</sup>Институт физики им. Б.И.Степанова НАН Беларуси*